

CARACTERIZACIÓN GEOMÉTRICA DE APEROS DE LABRANZA mediante métodos de aproximación sencillos. Revisión del algoritmo de Ravonison y Destain

E. Gutiérrez de Ravé (1), J.V. Girádez (2), J. Agüera(3), J. Gil(3)

⁽¹⁾Universidad de Córdoba, España
Departamento de Ingeniería Gráfica
[ir@urae@uco.es](mailto:ir@urae.uco.es)

⁽²⁾ Departamento de Agronomía
[ag@iicej@uco.es](mailto:ag@iicej.uco.es)

⁽³⁾ Departamento de Ingeniería Rural
[mc@lagvej@uco.es](mailto:mc@lagvej.uco.es); [mc@lgiroj@uco.es](mailto:mc@lgiroj.uco.es)

RESUMEN

La gran variedad de aperos agrícolas de labranza, dentro de una misma categoría, como ocurre con los arados de vertedera, crea confusión entre agricultores y agrónomos. Un apero de labranza consiste esencialmente de una hoja de corte y una superficie que mueve la capa de suelo desgajada, hasta llegar en muchos casos a su total inversión. La forma de esta superficie que vuelca al terrón de suelo puede ser definida geoméricamente con ayuda de algunas funciones, entre ellas los algoritmos de aproximación como las superficies de Bézier usadas inicialmente en la industria de automoción.

En este trabajo se analiza una propuesta simplificadora basada en las superficies de Bézier, formulada por Ravonison y Destain (1994), para definir la vertedera. Al probar su algoritmo en los bordes de una vertedera real, de un arado multisurco, caracterizado parcialmente en el taller con un perfilómetro láser, se observan defectos de la aproximación, a los que se alude de forma imprecisa en el trabajo original. Asimismo la aproximación a la superficie es imperfecta. Se proponen algunas mejoras con respecto al método original como la modificación de los valores de las derivadas cruzadas en los puntos de control interiores que se estiman por un algoritmo de optimización.

Palabras clave: Superficies de Bézier; Modelado geométrico; Aperos de Labranza

ABSTRACT

The wide range of the mouldboard ploughs available in the market requires a systematic definition. The shape of the mouldboard may be characterized with several analytic functions, including Bézier interpolating surfaces.

In this work a simple approximation algorithm based on Bézier surfaces, proposed by Ravonison and Destain (1994) is analyzed using a practical case. The algorithm is applied to the experimental data taken on the surface of a mouldboard of a multiple plow with a laser profile meter. There several defects of the algorithm which were barely mentioned in the original paper. Some modifications like the release of the prescribed value of the twist derivatives in the internal control points, improve the fit.

Key words: Bézier surfaces, geometric modeling, plow implements.

1 Introducción

La caracterización de los aperos agrícolas constituye un tema de gran importancia actualmente por la revisión de los métodos tradicionales de cultivo por las nuevas técnicas de laboreo de conservación y agricultura de precisión. Es frecuente encontrar vertederas de características muy diversas que sería conveniente unificar.

Aprovechando el desarrollo de los métodos de aproximación de la industria automovilista se ha sugerido la extensión de su uso para resolver el problema de definición de los aperos, entre ellas del uso de las superficies de Bézier como han sugerido Richey y col. (1989). Estos autores proponían el uso de una superficie biparamétrica de Bezier cuyos puntos de control son determinados por algún método de optimización. Más tarde Ravonison y Destain (1994) simplificaron este método con un algoritmo mucho más simple para fijar la posición de los puntos de control. En su método las cuatro líneas que delimitan los bordes principales de la vertedera se definen por las tangentes en los extremos de dichos bordes, las *esquinas* de la superficie, haciendo deslizar por ellas los puntos de control, hasta que se cumple un criterio de bondad, en su caso la aproximación a otro punto central medido sobre este borde. Los puntos de control restantes, cuatro interiores, se definen imponiendo un valor determinado, nulo en este caso, a las derivadas cruzadas de la superficie, con respecto a los dos parámetros, en dichos puntos. Aunque en la publicación no se mostraban los resultados, estos autores decían que el ajuste obtenido era bueno.

Por la sencillez del método, así como por la escasez de resultados que confirmasen la calidad del ajuste, el objetivo de este informe es el análisis del algoritmo de Ravonison y Destain, ARD, aplicándolo a un una vertedera de un arado multisurco cuya geometría se mide en el taller con un perfilómetros láser.

2 Caracterización geométrica de la vertedera en el taller

El sistema de medida de los puntos de la vertedera se ha realizado usando un medidor de perfiles basado en un emisor de rayos láser, con el que se mide la coordenada z . El dispositivo láser está instalado en un tornillo sinfín que acciona el desplazamiento, determinándose el giro con un potenciómetro multivoltas, que permite medir en puntos cuyas coordenadas x están desplazadas 0.05 m, mientras que las coordenadas y lo están a 0.10 m, sobre una superficie que se toma como referencia. Se midieron en total veinte perfiles. En los dos extremos los desplazamientos en el sentido del eje y fueron de 0.02 m, como se indica en la figura 1.

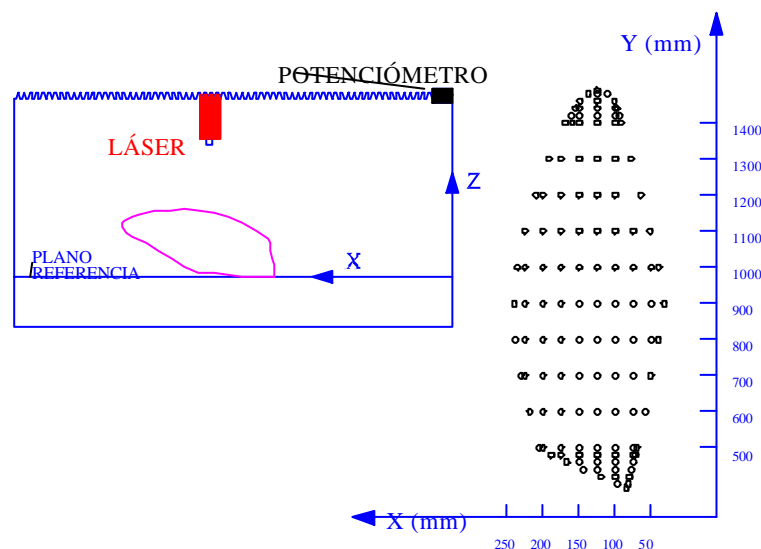


Figura 1. Sistema de mediada y datos tomados

Se han medido un total de 121 puntos, 82 puntos interiores y 121 puntos correspondientes al contorno de la vertedera. La vertedera utiliza tiene como máxima dimensión 415x1102x126mm en los ejes x , y y z respectivamente.

3 Algoritmo de Ravonison y Destain, ARD

Las vertederas son superficies tridimensionales delimitadas por cuatro bordes o curvas espaciales en una especie de cuadrilátero alabeado. Generalmente las vertederas no pueden ser descritas con una forma analítica sencilla, aunque Crăciun y Leon (1998) lo intentan en un trabajo reciente. Es posible sin embargo usar alguna aproximación sencilla como las funciones cúbicas de Bézier que recoge el ARD. Las curvas de Bézier tienen varias propiedades que le confieren gran utilidad para el diseño de superficies (e.g. Farin, 1997, Cap. 3). En general, se puede ajustar una curva de Bézier para describir cualquier curva con un número ilimitado de puntos de control, pero, por razones de sencillez se prefieren polinomios de segundo a quinto grado.

Para $n+1$ puntos de control: $p_k=(x_k, y_k, z_k)$ con k variando en el intervalo $(0, n)$, el vector de posición $P(u)$ que describe la trayectoria de una función polinómica de una curva de Bézier aproximada entre p_0 y p_n .

$$P(u) = \sum BEZ_{k,n}(u) \quad k = 0, n; \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (1)$$

La ecuación (1) representa un conjunto de tres ecuaciones paramétricas para las coordenadas individuales de la curva:

$$P(u) = [x(u), y(u), z(u)]$$

$$x(u) = \sum x_k BEZ_{k,n}(u); \quad y(u) = \sum y_k BEZ_{k,n}(u); \quad z(u) = \sum z_k BEZ_{k,n}(u);$$

Para una función cúbica con cuatro puntos de control su expresión es

$$P(u) = (1-u)^3 P_0 + 3u(1-u)^2 P_1 + 3u^2(1-u)P_2 + u^3 P_3$$

La curva pasa por P_0 y P_3 y es tangente a los segmentos P_0P_1 y P_2P_3 . Las funciones derivadas son

$$P' = -3(1-u)2P_0 + 3(1-u)(1-3u)P_1 + 3u(2-3u)P_2 + 3u^2 P_3$$

$$P'' = 6(1-u)P_0 + 3(-4+6u)P_1 + 6(1-3u)P_2 + 6uP_3$$

Conocidos los puntos inicial y final, así como el valor de su tangente, la línea estará determinada por la posición de los puntos de control que son los extremos y dos intermedios localizados en las tangentes en aquellos, de tal forma que la coordenadas y y z sean aproximadas de forma óptima. Por su parte los cuatro puntos de control internos son caracterizados de tal forma que las derivadas cruzadas con respecto a los dos parámetros u y v de la superficie bicúbica de Bézier,

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 P_{ij} \binom{3}{i} \binom{3}{j} u^i (1-u)^{3-i} v^j (1-v)^{3-j}$$

$$0 \leq u \leq 1 \quad y \quad 0 \leq v \leq 1$$

en la que P_{ij} son los puntos de control,

$$\frac{\partial^2 P(0,0)}{\partial u \partial v} = 9[P_{00} - P_{01} - P_{10} + P_{11}]$$

$$\frac{\partial^2 P(0,1)}{\partial u \partial v} = 9[P_{30} - P_{31} - P_{20} + P_{21}]$$

$$\frac{\partial^2 P(1,1)}{\partial u \partial v} = 9[P_{33} - P_{32} - P_{23} + P_{22}]$$

$$\frac{\partial^2 P(1,0)}{\partial u \partial v} = 9[P_{03} - P_{02} - P_{13} + P_{12}]$$

asuman un valor cero, con lo que quedan definidos todos los puntos. Como se ve, la vertedera se puede por tanto caracterizar solamente con 24 puntos medidos de su contorno, sin necesidad de medir puntos del interior de ésta. Una vez que los puntos de control son conocidos, la posición de cualquier punto se puede calcular fácilmente con lo que la superficie de la vertedera queda totalmente caracterizada.

En la figura 2 se muestran los puntos del contorno.

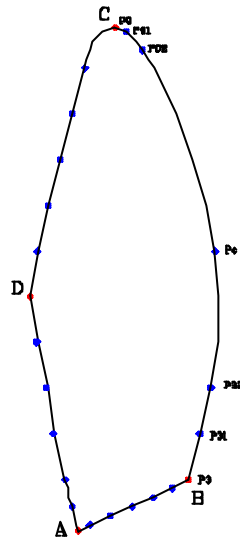


Figura 2. Curvas espaciales que definen la vertedera y punto utilizados para su caracterización

Y en la figura 3 la definición de los puntos de control.

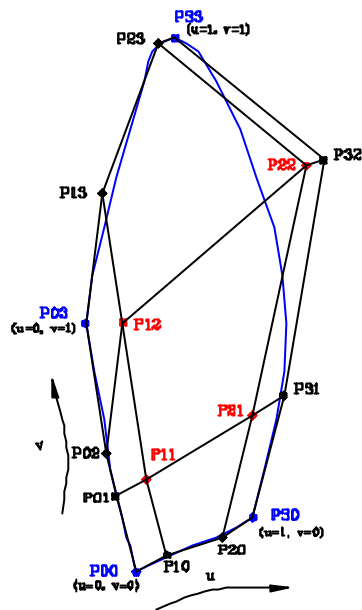


Figura 3. Superficie de Bézier y puntos que la definen

4 Resultados y discusión

La figura 4 muestra las líneas del contorno de la vertedera estudiada en su borde más elevado con relación a su posición de trabajo. Como se aprecia en la figura el ajuste es bueno aunque hay algunos puntos que quedan en el exterior de la línea.

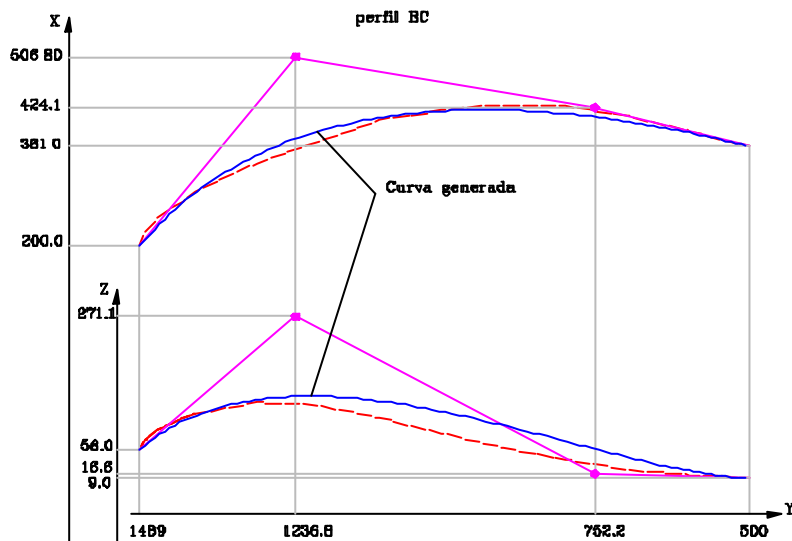


Figura 4. Puntos de control obtenidos en el perfil BC frente a datos medidos

Para estimar la bondad del ajuste se estima un error cuadrático medio, ecm ,

$$ecm = \sqrt{\frac{\sum (z_i - \check{z}_i)^2}{n}}$$

siendo \check{z} el valor calculado que se compara con el medido z .

Con el algoritmo ARD el *ecm* es bastante elevado, por encima de 0.02 m, que indica un pobre ajuste, aparente en la figura 4.

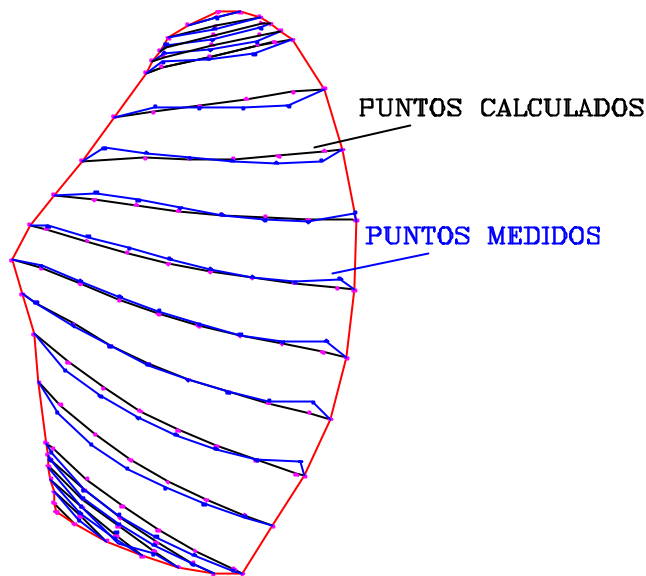


Figura 5. Representación de los puntos calculados y medidos en la vertedera

Si se libera la condición de derivadas cruzadas con respecto a los parámetros u y v en los puntos de control interiores es posible estimar los valores óptimos de estas derivadas de forma que minimicen el *ecm* de la aproximación, con ayuda de un algoritmo como el de Rosenbrock (e.g. Press y col. 1992 § 16.6). Procediendo de esta forma se han obtenido los valores de las derivadas que se recogen en la tabla 1, disminuyendo el *ecm* hasta un valor de 0.0894 m. Aún con esto la aproximación no es demasiado buena por lo que es preciso seleccionar otras funciones de interpolación.

Tabla 1: Derivadas cruzadas.

	$\frac{\partial^2 P(0,0)}{\partial u \partial v}$	$\frac{\partial^2 P(0,1)}{\partial u \partial v}$	$\frac{\partial^2 P(1,0)}{\partial u \partial v}$	$\frac{\partial^2 P(1,1)}{\partial u \partial v}$
x	-196.0	486.0	221.4	356.6
y	702.0	-208.8	826.2	954.0
z	-929.7	-1062.	-538.2	-513.0

5 Conclusiones

Aunque la aproximación de superficies bicúbicas de Bézier es una potente técnica su aplicación simplificada según los métodos de Ravonison y Destain dista de ser perfecta. Es preciso recurrir a otras técnicas.

6 Referencias

- 1) RAVONISON, N.M.; M.F. DESTAIN. *Parametric cubic equations for modelling mouldboard plough surfaces*. Soil Till. Res. 31: 363-373, 1994.

- 2) RICHEY, S.B.; A.K. SRIVASTAVA; L.J. SEGERLIND. *The use of three dimensional computer graphics to design mouldboard plough surfaces*. J. Agric. Engng Res. 43: 245-258, 1989.
- 3) CR CIUN, V.; D. LEON. *An analytical method for identifying and designing a moldboard plow surfaces*. Trans. ASAE.. 41: 1589-1599, 1998.
- 4) FARIN, G. *Curves and surfaces for computer-aided geometric design*. 4^a ed. Academic Press, San Diego, 1999.
- 5) PRESS, W.H., S.A. TEUKOLSKY, W.T. VETTERLING, B.P. FLANNERY. *Numerical Recipes in Fortran. The art of scientific computing*, 2^a ed. Cambridge Univ. Press.